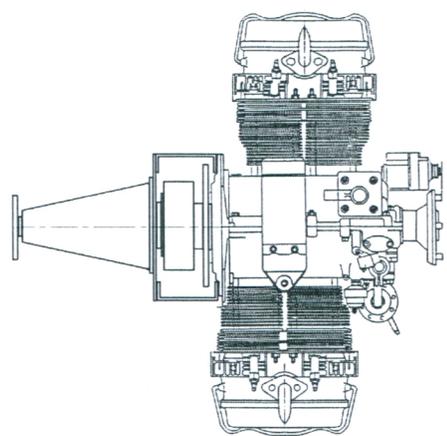


CYCLE DE BEAU DE ROCHAS - OTTO ; RENDEMENT THERMODYNAMIQUE

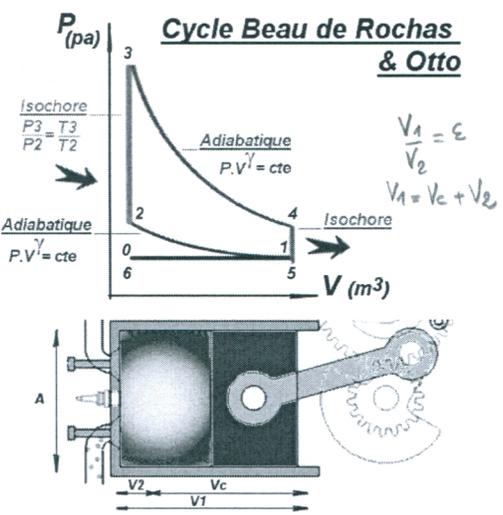
ÉVALUATION DU RENDEMENT THERMODYNAMIQUE THEORIQUE ET REEL DU CYCLE BEAU DE ROCHAS .

Un moteur d'avion léger à base Volkswagen possède les caractéristiques suivantes :

- Quatre cylindres à plats opposés.
- Refroidissement par air.
- Cycle à 4 temps.
- Cylindrée totale $V = 1585 \text{ cm}^3$
- Alésage $A = 85,5 \text{ mm}$
- Course $C = 69 \text{ mm}$
- Rapport volumétrique $\epsilon = V_1/V_2 = (V_2 + V_c)/V_2 = 7,8$
- Puissance $P = 50 \text{ cv}$ à 3200 tr/min



- On donne :
- $P_0 = P_1 = 10^5 \text{ Pa}$
 - $T_0 = T_1 = 300 \text{ °K}$
 - $C_p = 1000 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$
 - $C_v = 713 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$
 - $\gamma = 1,40$
 - $r_{\text{air}} = 287 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$
 - $L_c = 42 \text{ MJ/kg}$ chaleur latente spécifique de combustion de l'essence.



QUESTION 1 :

Calculer la cylindrée V_c balayé par le piston.
 $V_c = V_{\text{tot}} / n_{\text{cylindres}} = \pi A^2 C / 4 = 396,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

Calculer le volume total V_1 du cylindre.
 $V_1 = \epsilon \cdot V_c / (\epsilon - 1) = 454,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

Calculer le volume mort V_2 en fin de compression.
 $V_2 = V_1 - V_c = 58,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

QUESTION 2 :

Calculer la masse d'air admise dans le cylindre. On supposera un taux de remplissage de 100%.

$PV = nRT \Rightarrow m_{\text{air}} = \frac{PV}{RT_1} = \frac{10^5 \cdot 454 \cdot 10^{-6}}{287 \cdot 300} = 0,53 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

Calculer la masse d'essence correspondante sachant que la proportion d'essence en masse est de 1/15 (1kg d'essence pour 15 kg d'air).

$m_{\text{ess}} = \frac{m_{\text{air}}}{15} = 0,035 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

ETUDE DU CYCLE THEORIQUE

QUESTION 3 : COMPRESSION ADIABATIQUE 1-2

Calculer la pression P_2 en fin de compression ainsi que la température T_2 .

$P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = P_1 \cdot \epsilon^\gamma \Rightarrow P_2 = 17,74 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
 $\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \epsilon^\gamma \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\epsilon^\gamma}{\epsilon} = \epsilon^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = 682 \text{ K}$

QUESTION 4 : COMBUSTION ISOCHORE 2-3

Calculer la quantité d'énergie fournie par la combustion de l'essence. En déduire la température T_3 en fin de combustion ainsi que la pression P_3 .

$Q_{23} = m_{\text{ess}} \cdot L_c = 1470 \text{ J}$
 $W_{23} + Q_{23} = \Delta U_{23} = m_{\text{air}} \cdot C_{v, \text{air}} \cdot \Delta T_{23} \Rightarrow \Delta T_{23} = \frac{Q_{23}}{m_{\text{air}} \cdot C_{v, \text{air}}} = 3890 \text{ K}$
 $\frac{P_3 V_3}{P_2 V_2} = \frac{m R T_3}{m R T_2} \Rightarrow \frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow P_3 = \frac{T_3}{T_2} \cdot P_2 = 119 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

QUESTION 5 : DETENTE ADIABATIQUE 3-4

Calculer P4 et T4 en fin de détente adiabatique.

$$P_4 V_4^\gamma = P_3 V_3^\gamma \Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = P_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$$

$$P_3 V_3 = n R T_3 \Rightarrow \frac{P_4 V_4}{P_3 V_3} = \frac{T_4}{T_3} \Rightarrow \frac{P_4 V_2}{P_3 V_1} = \frac{T_4}{T_3} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma \left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \frac{T_4}{T_3}$$

$$\epsilon^{1-\gamma} = \frac{T_4}{T_3} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot \epsilon^{1-\gamma}$$

$$P_4 = \epsilon^{-\gamma} P_3$$

$$P_4 = 6,71 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_4 = 2010 \text{ K}$$

QUESTION 6 : QUANTITE DE CHALEUR Q41 CEDEE A L'ECHAPPEMENT.

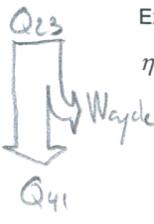
Calculer Q41.

$$Q_{41} = m_{\text{air}} \cdot c_{\text{air}} \cdot \Delta T_{41}$$

$$Q_{41} = -646 \text{ J}$$

QUESTION 7 : RENDEMENT THERMODYNAMIQUE

Exprimer le rendement thermodynamique du cycle de Beau de Rochas en fonction du taux de compression ϵ .



$$\eta_{th} = \frac{\text{Travail mécanique fourni}}{\text{Energie thermique consommée}} = \frac{|W_{\text{cycle}}|}{Q_{23}} = \frac{|Q_{23}| - |Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{m \cdot c_v \cdot \Delta T_{41}}{m \cdot c_v \cdot \Delta T_{23}}$$

$$\text{OR } \frac{T_2}{T_1} = \epsilon^{\gamma-1} \text{ et } \frac{T_3}{T_4} = \epsilon^{\gamma-1} \text{ donc } \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \Rightarrow \frac{T_4}{T_2} = \frac{T_3}{T_1} \Rightarrow \frac{T_4 - T_1}{T_2} = \frac{T_3 - T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_4 - T_1}{T_1} = \frac{T_3 - T_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}} \Rightarrow \eta_{th} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}}$$

quand $\epsilon \uparrow$ $\eta_{th} \uparrow$

QUESTION 8 : RENDEMENT THERMODYNAMIQUE REEL.

La fiche constructeur indique une consommation spécifique de carburant de 0,210 kg/cv.h.

Calculer le rendement réel du moteur.

Sachant que la Puissance P = 50 cv à 3200 tr/min ; calculer la pression moyenne effective Pme.

$$\eta_{\text{reel}} = \frac{|W|}{Q} = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{consommée}}} = \frac{40 \cdot 736}{\frac{0,210 \cdot 3600}{3600}} = \frac{736 \cdot 3600}{0,210 \cdot 3600} = 0,3$$